SUBIECTUL 1. *Mișcări buclucașe ...*

A. Un automobil pleacă din punctul A, din repaus, cu o accelerație constantă având valoarea $a_1 = 1\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$; după $\Delta t = 15s$, trece prin punctul A, în aceeași direcție și în același sens cu primul, un alt automobil, cu viteza constantă având valoarea $v_2 = 144\,\frac{\text{km}}{\text{h}}$. Mișcările automobilelor sunt rectilinii.

a₁) În situația descrisă, automobilele se întâlnesc de două ori; calculează distanțele x_1 și x_2 la care se întâlnesc automobilele și momentele întâlnirii automobilelor, t_1 și t_2, față de locul și momentul plecării primului automobil.

a₂) Determină valoarea vitezei constante v_2', cu care al doilea automobil ar trebui să treacă prin punctul A (după $\Delta t = 15$ s de la plecarea primului automobil), astfel încât cele două automobile să se întâlnească o singură dată.

a₃) Calculează valoarea accelerației constante a_1', cu care ar trebui să pornească primul automobil, din punctul A, pentru a nu fi ajuns din urmă de automobilul ce trece prin A (după $\Delta t = 15$ s de la plecarea primului) cu viteza constantă $v_2 = 144\,\frac{\text{km}}{\text{h}}$.

B. Pe un plan înclinat de unghi $\alpha = 30^0$ și de lungime $l = 5$ m se află un corp (considerat punctiform) de masă $m = 4$ kg, legat de vârful planului printr-un fir extensibil de secțiune $S = 5\ \text{cm}^2$ și lungime nedeformată $l_0 = 3$ m. Lăsat liber, corpul parcurge planul înclinat, cu frecare ($\mu = 0{,}12$), ajungând la baza sa, cu viteza $v = 0\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$.

b₁) Calculează valoarea modulului de elasticitate longitudinal, E, al materialului firului extensibil și determină înălțimea maximă h, față de sol, la care se va ridica respectivul corp, înapoi, pe planul înclinat.

b₂) Calculează valoarea coeficientului de frecare μ', corespunzătoare situației în care corpul de masă m rămâne la baza planului înclinat (în acest caz, valoarea coeficientului de frecare static este aceeași cu valoarea coeficientului de frecare dinamic).

Se va considera $g = 9{,}8\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$.

SUBIECTUL 2. *Aruncări inedite ...*

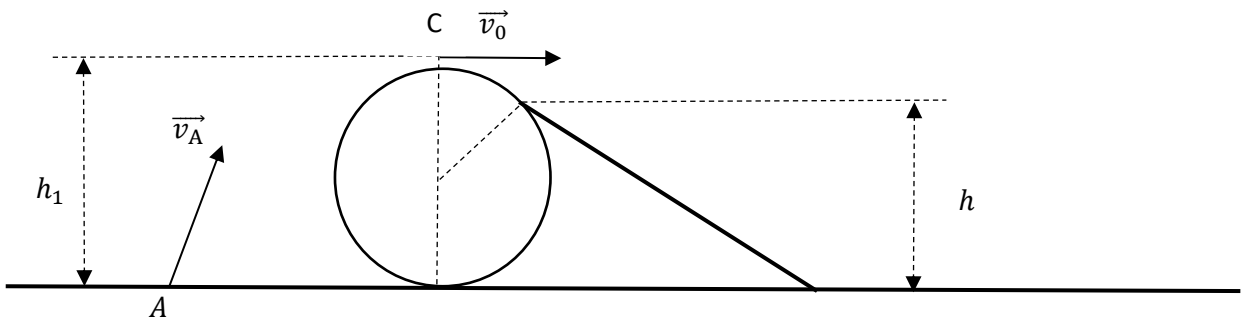
Un cilindru de rază $R = 1{,}000$ m este așezat, culcat, pe o suprafață orizontală. O scândură subțire și rigidă, de lungime $L = 3{,}821$ m, se sprijină pe cilindru într-un punct aflat la înălțimea $h = 1{,}707$ m față de sol.

a) Determină valoarea minimă a vitezei, v_A, cu care trebuie să aruncăm o piatră de pe sol, din partea opusă scândurii, pentru ca piatra să treacă de cilindru. Calculează distanța d, dintre linia de contact a cilindrului cu suprafața orizontală și locul aruncării, respectiv unghiul β, format de vectorul viteză de lansare, cu orizontala. Calculează valoarea vitezei, $v_{\hat{i}m}$, în punctul de înălțime maximă și înălțimea maximă h_0, a traiectoriei pietrei.

b) Se aruncă orizontal, într-un plan perpendicular pe axa cilindrului (care intersectează scândura, conform figurii), spre scândură, o piatră, din punctul C (vezi figura) aflat la înălțimea $h_1 = 2{,}060$ m față de sol, cu viteza având valoarea v_0. Determină expresia distanței dintre punctul în care corpul lovește prima dată scândura și punctul de sprijin al scândurii pe cilindru. Determină numeric distanța cerută pentru cazurile particulare $v_0 = v_1 = 2{,}658\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$ și $v_0 = 2v_1 = 5{,}316\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$. Calculează valoarea minimă a vitezei v_0, pentru ca piatra să cadă dincolo de scândură.

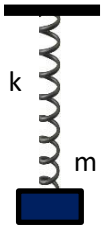
Se va considera $g = 10\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$.

1. Fiecare dintre subiectele **1**, **2**, respectiv **3** se rezolvă pe o foaie separată care se secretizează.
2. În cadrul unui subiect, elevul are dreptul să rezolve cerințele în orice ordine.
3. Durata probei este de 3 ore din momentul în care s-a terminat distribuirea subiectelor către elevi.
4. Elevii au dreptul să utilizeze calculatoare de buzunar, dar neprogramabile.
5. Fiecare subiect se notează de la 10 la 0 (fără punct din oficiu). Punctajul final este suma acestora.



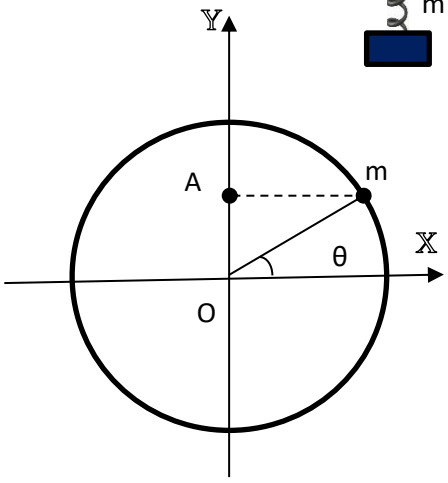
SUBIECTUL 3. ***Mişcări influenţate de un resort elastic ...***

Imaginea alăturată ilustrează un corp suspendat vertical de un resort elastic şi aflat în echilibru mecanic. Resortul elastic are constanta de elasticitate $k = 100\ \frac{\text{N}}{\text{m}}$, iar masa corpului suspendat de resortul vertical este $m = 100\ \text{g}$. Corpul este scos din poziţia de echilibru prin alungirea, suplimentară, verticală a resortului cu $\Delta\ell_{\max} = 5\ \text{mm}$, iar apoi este lăsat liber.



a) Neglijând orice forţă disipativă, scrie ecuaţia principiului doi al mecanicii clasice pentru corpul cu masa m şi calculează viteza maximă pe care o poate atinge corpul (argumentează răspunsul).

b) Se constată că, dacă $\Delta\ell_{\max}$ este mic, atunci mişcarea corpului cu masa $m = 100\text{g}$, în jurul poziţiei de echilibru, este perfect comparabilă cu mişcarea proiecţiei A, pe axa OY, a unui punct material cu aceeaşi masă şi care se mişcă circular uniform în planul orizontal XOY (vezi figura alăturată). Arată că mişcarea punctului A, către originea sistemului de axe XOY, este de acelaşi fel cu mişcarea corpului suspendat de resortul elastic în procesul de revenire a acestuia în starea de echilibru mecanic; calculează viteza unghiulară cu care se mişcă circular corpul respectiv considerând că datele precizate anterior respectă modelul propus.

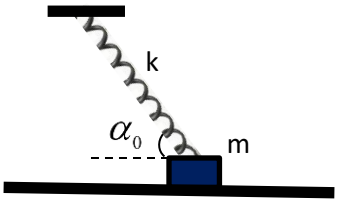


c) Calculează, în contextul precizat la punctul precedent, timpul necesar corpului suspendat vertical de resort să ajungă din poziţia de deformare maximă a resortului până în poziţia de echilibru mecanic a corpului (argumentează răspunsul).

d) În situaţia în care $\Delta\ell_{\max}$ nu mai respectă modelul precizat anterior, soluţiile rezultate din aplicarea principiului doi al mecanicii pentru legea de mişcare a corpului cu masa m şi viteza acestuia sunt de forma: $y(t) = C_1 \cdot e^{\sqrt{\frac{k}{m}}t} + C_2 \cdot e^{-\sqrt{\frac{k}{m}}t} - \frac{m \cdot g}{k}$, respectiv $v(t) = C_1 \cdot \sqrt{\frac{k}{m}} \cdot e^{\sqrt{\frac{k}{m}}t} - C_2 \cdot \sqrt{\frac{k}{m}} \cdot e^{-\sqrt{\frac{k}{m}}t}$, unde e este un număr iraţional a cărui valoare este $e \simeq 2{,}7$, C_1 şi C_2 sunt două constante, iar restul notaţiilor au fost precizate anterior. Având în vedere valorile mărimilor precizate calculează valorile constantelor C_1 şi C_2.

1. Fiecare dintre subiectele **1**, **2**, respectiv **3** se rezolvă pe o foaie separată care se secretizează.
2. În cadrul unui subiect, elevul are dreptul să rezolve cerințele în orice ordine.
3. Durata probei este de 3 ore din momentul în care s-a terminat distribuirea subiectelor către elevi.
4. Elevii au dreptul să utilizeze calculatoare de buzunar, dar neprogramabile.
5. Fiecare subiect se notează de la 10 la 0 (fără punct din oficiu). Punctajul final este suma acestora.

e) Corpul de masă m este aşezat pe o suprafaţă orizontală pe care frecarea este neglijabilă şi este suspendat de resortul elastic de constantă k, ca în figura alăturată. Resortul elastic este nedeformat în poziţia de echilibru mecanic a corpului, iar în această poziţie face unghiul α_0 cu direcţia orizontală (vezi figura). Se scoate corpul din poziţia de echilibru deplasându-l spre dreapta, pe orizontală, cu o distanţă mică x, mult mai mică decât lungimea resortului în stare nedeformată. Determină, în funcţie de α_0, k şi m, timpul necesar corpului să ajungă, după eliberare, în poziţia de echilibru mecanic.



Indicaţie: Se va considera $g = 10\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$; dacă vei considera util poţi folosi în calcul aproximaţia $\sqrt{1+x} \simeq 1+\frac{x}{2}$ valabilă pentru $|x| \ll 1$.

Subiectele au fost propuse de:

prof. dr. Daniel LAZĂR *- Colegiul Național „Iancu de Hunedoara” Hunedoara*

prof. Ervin Zoltán FALUVÉGI *- Colegiul Național „Silvania” Zalău*

prof. Victor STOICA *– Colegiul Naţional de Informatică „Tudor Vianu”, Bucureşti*

lector. univ. dr. Mihai VASILESCU *- Universitatea „Babeș-Bolyai” Cluj-Napoca*

1. Fiecare dintre subiectele **1**, **2**, respectiv **3** se rezolvă pe o foaie separată care se secretizează.
2. În cadrul unui subiect, elevul are dreptul să rezolve cerințele în orice ordine.
3. Durata probei este de 3 ore din momentul în care s-a terminat distribuirea subiectelor către elevi.
4. Elevii au dreptul să utilizeze calculatoare de buzunar, dar neprogramabile.
5. Fiecare subiect se notează de la 10 la 0 (fără punct din oficiu). Punctajul final este suma acestora.