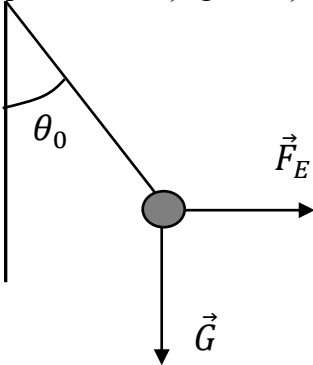
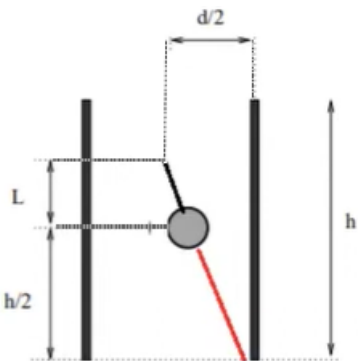


BAREM DE EVALUARE ȘI NOTARE

pagina 1 din 13

Barem Subiectul 1: Oscilații mecanice în câmp electric		Parțial	Punctaj
a)			
a.1)	La echilibru, componentele orizontală și verticală ale tensiunii în fir sunt egale cu forța electrostatică și respectiv cu forța gravitațională.  $G_{ef} = \sqrt{G^2 + F_E^2}$	0,2	1,0 p
	$F_E = \frac{qU_0}{d}$	0,2	
	Se poate observa faptul că forța electrostatică, împreună cu forța de greutate a bilei, generează o accelerație gravitațională efectivă, dată de: $g_{ef}^2 = g^2 + \frac{q^2 U_0^2}{m^2 d^2}$	0,2	
	Prin urmare, pendulul are o mișcare oscilatorie armonică, cu perioada: $T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g_{ef}}}$	0,2	
	Înlocuind expresia pentru g_{ef}, se obține: $T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{\sqrt{g^2 + \frac{q^2 U_0^2}{m^2 d^2}}}}$	0,2	
a.2)	După tăierea firului, bila se mișcă rectiliniu, pe direcția dreptei care face unghiul θ_0 cu verticala. 		1,0 p
	$tg(\theta_0) = \frac{F_E}{G} \Rightarrow tg(\theta_0) = \frac{qU_0}{mgd}$	0,2	

- Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul final va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
- Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu ponderea ideilor corecte din rezolvarea elevului.



MINISTERUL EDUCAȚIEI ȘI CERCETĂRII
Olimpiada Națională de Fizică
Slobozia 10-15 aprilie 2025
Proba teoretică
Clasa a XI-a



BAREM DE EVALUARE ȘI NOTARE

pagina 2 din 13

	Pentru ca bila să iasă dintre plăcile condensatorului, fără ca să se ciocnească de acestea, trebuie să se respecte condiția:	0,4	
	$tg(\theta_0) \leq \frac{d/2}{L + h/2}$		
	Se obține: $\frac{qU_0}{mgd} \leq \frac{d/2}{L+h/2}$	0,2	
	Prin urmare, valoarea maximă a tensiunii electrice este:	0,2	
	$U_{0max} = \frac{mgd^2}{(2L + h)q}$		
b)	Asupra bilei acționează forța electrostatică pe direcția orizontală (axa Ox) și forța gravitațională pe direcția verticală (axa Oy).		2,0 p
	$F_E = \frac{qU_0}{d} \sin(\omega t)$	0,2	
	Componentele accelerației sunt:		
	$\begin{cases} a_x(t) = \frac{qU_0}{md} \sin(\omega t) \\ a_y = g \end{cases}$	0,2	
	deci: $\vec{a}(t) = \frac{qU_0}{md} \sin(\omega t) \vec{i} + g \vec{j}$		
	Deoarece $a_x(t) = \frac{qU_0}{md} \sin(\omega t)$, mișcarea bilei pe axa Ox poate fi descrisă ca o suprapunere între o mișcare oscilatorie armonică și o mișcare cu accelerație nulă (mișcare rectilinie uniformă). Astfel, legea vitezei este:	0,4	
	$v_x(t) = -\frac{qU_0}{md\omega} \cos(\omega t) + v_{transport}$ unde $v_{transport}$ este o constantă care poate fi determinată din condițiile inițiale.		
	Ținând cont că viteza inițială a bilei este zero, se obține:	0,2	
	$v_{transport} = \frac{qU_0}{md\omega}$		
	$\begin{cases} v_x(t) = \frac{qU_0}{md\omega} (1 - \cos(\omega t)) \\ v_y(t) = gt \end{cases}$	0,2	
	deci: $\vec{v}(t) = \frac{qU_0}{md\omega} (1 - \cos(\omega t)) \vec{i} + gt \vec{j}$		
	Originea sistemului de axe ales ($x = 0; y = 0$) este la mijlocul distanței dintre plăcile condensatorului și la jumătatea înălțimii plăcilor. Momentul de timp inițial este $t_0 = 0$. Prin urmare, coordonatele sunt:	0,4	
	$\begin{cases} x(t) = -\frac{qU_0}{md\omega^2} \sin(\omega t) + v_{transport} t \\ y(t) = \frac{gt^2}{2} \end{cases}$		
	Înlocuind $v_{transport}$ rezultă:	0,2	
	$x(t) = \frac{qU_0}{md\omega} \left(t - \frac{1}{\omega} \sin(\omega t) \right)$		

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul final va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu ponderea ideilor corecte din rezolvarea elevului.



MINISTERUL EDUCAȚIEI ȘI CERCETĂRII
Olimpiada Națională de Fizică
Slobozia 10-15 aprilie 2025
Proba teoretică
Clasa a XI-a



BAREM DE EVALUARE ȘI NOTARE

pagina 3 din 13

	și în final: $\vec{r}(t) = \frac{qU_0}{md\omega} \left(t - \frac{1}{\omega} \sin(\omega t) \right) \vec{i} + \frac{gt^2}{2} \vec{j}$	0,2	
c)	Considerând originea sistemului de axe ales la înălțimea $h/2$ de partea de jos a plăcilor, se poate scrie relația: $\frac{h}{2} = \frac{gt^2}{2}$	0,2	3,0 p
	Astfel, timpul în care bila ajunge la partea de jos a plăcilor este: $t = \sqrt{\frac{h}{g}}$	0,2	
	Pentru $\omega_{min} \ll \sqrt{g/h}$, se poate folosi aproximația: $\sin(\omega t) \approx \omega t - \frac{1}{6} \omega^3 t^3$	0,4	
	Folosind această aproximație în legea poziției $x(t)$ de la punctul b), se obține: $x = \frac{qU_0}{md\omega} \left(\frac{1}{6} \omega^2 t^3 \right)$	0,4	
	Pentru ca bila să ciocnească una dintre plăci în cădere, trebuie ca: $x \geq d/2$	0,2	
	Rezultă: $\frac{qU_0}{md\omega} \left(\frac{1}{6} \omega^2 t^3 \right) \geq \frac{d}{2}$	0,2	
	Înlocuind $t = \sqrt{h/g}$, obținem: $\frac{qU_0}{md} \left(\frac{1}{6} \omega \sqrt{\frac{h^3}{g^3}} \right) \geq \frac{d}{2}$	0,2	
	Astfel, valoarea minimă a pulsației este: $\omega_{min} = \frac{3md^2}{qU_0} \sqrt{\frac{g^3}{h^3}}$	0,2	
	Pentru $\omega_{max} \gg \sqrt{g/h}$, termenul $\sin(\omega t)/\omega$ se poate neglija complet.	0,4	
	Astfel, $x = \frac{qU_0}{md\omega} t \geq \frac{d}{2}$	0,2	
	$\frac{qU_0}{md\omega} \sqrt{\frac{h}{g}} \geq \frac{d}{2}$	0,2	
	Prin urmare, valoarea maximă a pulsației este: $\omega_{max} = \frac{2qU_0}{md^2} \sqrt{\frac{h}{g}}$	0,2	

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul final va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu ponderea ideilor corecte din rezolvarea elevului.



MINISTERUL EDUCAȚIEI ȘI CERCETĂRII
Olimpiada Națională de Fizică
Slobozia 10-15 aprilie 2025
Proba teoretică
Clasa a XI-a



BAREM DE EVALUARE ȘI NOTARE

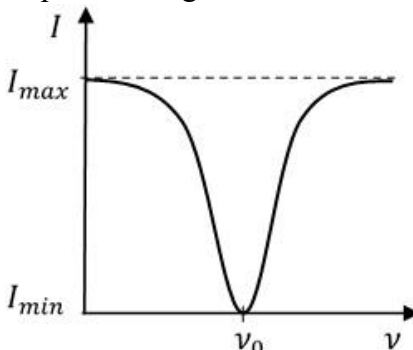
pagina 4 din 13

d)	Energia electrică inițială stocată în condensator este: $W_0 = \frac{C_0 U_0^2}{2} = \frac{Q_0^2}{2C_0}$	0,2	3,0 p
	$C_0 = \frac{\epsilon_0 h l}{d}$	0,2	
	Energia electrică stocată în condensator când lichidul ajunge la înălțimea maximă este: $W_1 = \frac{Q_0^2}{2C}$	0,2	
	$C = \frac{\epsilon_0 \epsilon_r h_0 l}{d} + \frac{\epsilon_0 (h - h_0) l}{d}$ unde l este lățimea plăcilor condensatorului.	0,4	
	Energia potențială gravitațională a lichidului la înălțimea maximă este: $W_2 = \frac{\rho g l d h_0^2}{2}$	0,2	
	Aplicăm conservarea energiei: $W_0 = W_1 + W_2$	0,2	
	Se obține ecuația de gradul al II-lea: $\rho g l^2 h \epsilon_0 (\epsilon_r - 1) h_0^2 + \rho g l^2 \epsilon_0 h^2 h_0 - Q_0^2 (\epsilon_r - 1) = 0$	0,4	
	Folosim relația: $Q_0 = \frac{U_0 \epsilon_0 h l}{d}$	0,2	
	Se obține: $(\epsilon_r - 1) h_0^2 + h h_0 - \frac{U_0^2 \epsilon_0 (\epsilon_r - 1) h}{\rho g d^2} = 0$	0,2	
	Soluțiile ecuației sunt: $h_0 = \frac{h}{2(\epsilon_r - 1)} \left[-1 \pm \sqrt{1 + \frac{4 U_0^2 \epsilon_0 (\epsilon_r - 1)^2}{\rho g h d^2}} \right]$	0,2	
	Soluția pozitivă are semnificație fizică.	0,2	
	În cazul limită $h \gg h_0$, se poate considera: $\left(\frac{h_0}{h} \right)^2 \rightarrow 0$	0,2	
	Astfel, se obține: $h_0 = \frac{\epsilon_0 (\epsilon_r - 1)}{\rho g d^2} U_0^2$	0,2	
Total Subiectul 1			10 p

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul final va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu ponderea ideilor corecte din rezolvarea elevului.

BAREM DE EVALUARE ȘI NOTARE

pagina 5 din 13

Barem Subiectul 2 Circuite de curent alternativ		Parțial	Punctaj
a)	La rezonanță $X_L = X_C$, impedanța circuitului este infinită, $Z \rightarrow \infty$, curenții din bobină și condensator au sensuri opuse, $i_L = -i_C$, ca urmare curentul din ramura principală va fi nul $i = i_L + i_C = 0$. La rezonanță intensitatea efectivă este nulă, $I_{min} = 0$.	0,5p	1,0p
	La frecvențe foarte mici ($\omega \rightarrow 0$), $X_C \rightarrow \infty$ și $X_L \cong 0$, bobina scurtcircuitază condensatorul. La frecvențe foarte mari ($\omega \rightarrow \infty$), $X_L \rightarrow \infty$ și $X_C \cong 0$, condensatorul scurtcircuitază bobina. Ca urmare, atât la frecvențe foarte mici cât și la frecvențe foarte mari, curentul parcurge cei doi rezistori legați în serie. Intensitatea efectivă are valoare maximă: $I_{max} = \frac{U}{2R}$	0,4	
	Valoare numerică: $I_{max} = 125\text{mA}$.	0,1	
b)	Impedanța circuitului este dată de relația: $\bar{Z} = 2R + \frac{jX_L(-jX_C)}{jX_L - jX_C} = 2R - j\frac{X_L X_C}{X_L - X_C}$, respectiv $Z = \sqrt{4R^2 + \left(\frac{X_L X_C}{X_L - X_C}\right)^2}$	0,4	1,5p
	Intensitatea efectivă: $I = \frac{U}{Z} = \frac{U}{\sqrt{4R^2 + \frac{(L/C)^2}{\left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2}}} = \frac{U}{\sqrt{4R^2 + \frac{(L/C)^2}{\left(2\pi\nu L - \frac{1}{2\pi\nu C}\right)^2}}} = f(\nu)$	0,2	
	Atât la frecvențe foarte mici ($\omega \rightarrow 0$) cât și la frecvențe foarte mari ($\omega \rightarrow \infty$): $\frac{(L/C)^2}{\left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2} = 0$ ca urmare intensitatea efectivă are valoare maximă $I_{max} = \frac{U}{2R}$. Pentru $L\omega = \frac{1}{C\omega}$, adică la rezonanță ($\nu_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$), rezultă $\frac{(L/C)^2}{\left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2} \rightarrow \infty$ și intensitatea efectivă este nulă $I_{min} = 0$.	0,4	
	Reprezentare grafică: 	0,5p	

- Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul final va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
- Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu ponderea ideilor corecte din rezolvarea elevului.

BAREM DE EVALUARE ȘI NOTARE

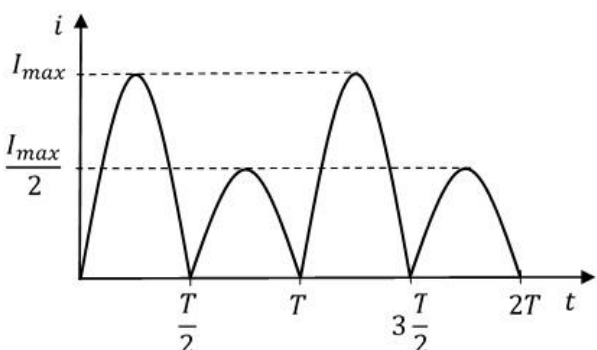
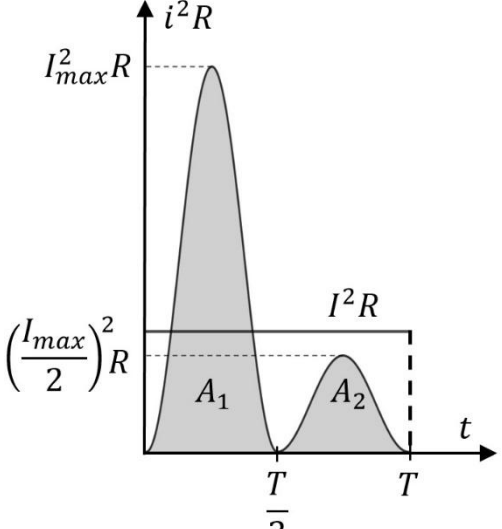
pagina 6 din 13

c)	Tensiunea electrică de alimentare aplicată între bornele A și B ale circuitului oscilează sinusoidal, trecând succesiv prin valori pozitive (alternanțe pozitive) cât și prin valori negative (alternanțe negative).	2,5p
	<i>Cazul 1: Borna A este pozitivă și borna B este negativă, respectiv în timpul alternanțelor pozitive.</i> În aceste intervale de timp, $t \in \left[0, \frac{T}{2}\right] + kT$, $k \in \mathbb{Z}$, diodele D_1 și D_2 conduc curentul electric. În timpul conducției curentului electric rezistența diodelor este nulă, deci punctele A și N au același potențial electric V_A, iar punctele B și M au același potențial electric V_B. Schema electrică echivalentă:	0,6
	Curentul electric parcurge rezistorul R conectat între punctele M și N, în sensul de la N spre M și are intensitatea instantanee: $i = \frac{u_{NM}}{R} = \frac{u_{AB}}{R} = \frac{U_{max}}{R} \sin(\omega t) = I_{max} \sin(\omega t)$	0,4
	<i>Cazul 2: Borna A este negativă și borna B este pozitivă, respectiv în timpul alternanțelor negative.</i> În aceste intervale de timp, $t \in \left[\frac{T}{2}, T\right] + kT$, $k \in \mathbb{Z}$, diodele D_1 și D_2 nu conduc curentul electric. Schema electrică echivalentă:	0,6
	La frecvența $\nu_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} = 50$ Hz, circuitul serie (R, L, R, C) funcționează în regim de rezonanță, adică are comportare pur rezistivă.	0,3
	Curentul electric parcurge rezistorul R tot în sensul de la N spre M și are intensitatea instantanee: $i = \frac{u_{NM}}{R} = \frac{\frac{u_{BA}}{2}}{R} = -\frac{u_{AB}}{2R} = -\frac{U_{max}}{2R} \sin(\omega t) = -\frac{I_{max}}{2} \sin(\omega t)$	0,4
	Dependența de timp $i = f(t)$ a intensității instantanee a curentului electric care parcurge rezistorul R conectat între punctele M și N ale circuitului este dată de relația: $\begin{cases} i = \frac{U_{max}}{R} \sin(\omega t) = I_{max} \sin(\omega t) & \text{pentru } t \in \left[0, \frac{T}{2}\right] + kT \\ i = -\frac{U_{max}}{2R} \sin(\omega t) = -\frac{I_{max}}{2} \sin(\omega t) & \text{pentru } t \in \left[\frac{T}{2}, T\right] + kT \end{cases}$	0,2

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul final va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu ponderea ideilor corecte din rezolvarea elevului.

BAREM DE EVALUARE ȘI NOTARE

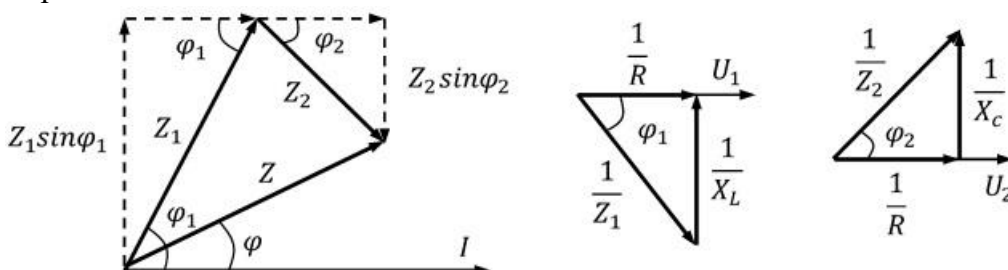
pagina 7 din 13

d)	Reprezentare grafică:		2,5p
		0,5	
	Valoarea efectivă a intensității acestui curent electric se obține din condiția ca pe durata T a unei perioade, energia curentului pulsatoriu să fie egală cu energia unui curent electric continuu, respectiv aria de sub curba $i^2 \cdot R = f(t)$ să fie egală cu aria de sub dreapta $I^2 \cdot R$: $A_1 + A_2 = I^2 R \cdot T$	0,5	
		0,5	
	Aria A_1 se poate calcula ca aria unui dreptunghi cu laturile $\frac{I_{max}^2 R}{2}$ și $\frac{T}{2}$ $A_1 = \frac{I_{max}^2 R}{2} \cdot \frac{T}{2}$	0,3	
	Similar, aria A_2 se poate calcula ca aria unui dreptunghi cu laturile $\frac{(\frac{I_{max}}{2})^2 R}{2}$ și $\frac{T}{2}$ $A_2 = \frac{(\frac{I_{max}}{2})^2 R}{2} \cdot \frac{T}{2}$	0,3	
	$I^2 = \frac{I_{max}^2}{4} + \frac{I_{max}^2}{16} = \frac{5}{16} I_{max}^2$ $I = \frac{\sqrt{5}}{4} I_{max} \cong 0,56 I_{max}$	0,2	

- Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul final va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
- Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu ponderea ideilor corecte din rezolvarea elevului.

BAREM DE EVALUARE ȘI NOTARE

pagina 8 din 13

	$I_{max} = \frac{\sqrt{2}U}{R}$	0,1	
	Valoare numerică: $I \cong 198\text{mA}$	0,1	
e)	Reprezentare fazorială: 	0,3p	2,5p
	Pentru ca intensitatea curentului să nu depindă de frecvența tensiunii de alimentare trebuie ca impedanța circuitului să aibă un caracter pur rezistiv: $I = \frac{U}{Z} \neq f(\nu) \Rightarrow Z \neq f(\nu) \Rightarrow \text{trebuie îndeplinită condiția } Z_1 \sin \varphi_1 = Z_2 \sin \varphi_2.$	0,3	
	Introducem aici: $\sin \varphi_1 = \frac{Z_2}{X_L}$ și $\sin \varphi_2 = \frac{Z_2}{X_C}$	0,2	
	apoi obținem $\frac{Z_1^2}{X_L} = \frac{Z_2^2}{X_C} \Rightarrow \frac{X_L}{Z_1^2} = \frac{X_C}{Z_2^2}$		
	Impedanțele sunt date de relațiile: $\frac{1}{Z_1^2} = \frac{1}{R^2} + \frac{1}{X_L^2}$ și $\frac{1}{Z_2^2} = \frac{1}{R^2} + \frac{1}{X_C^2}$	0,2	
	După câteva calcule: $X_L \left(\frac{1}{R^2} + \frac{1}{X_L^2} \right) = X_C \left(\frac{1}{R^2} + \frac{1}{X_C^2} \right) \Rightarrow \frac{X_L}{R^2} + \frac{1}{X_L} = \frac{X_C}{R^2} + \frac{1}{X_C} \Rightarrow$ $\Rightarrow \frac{1}{R^2} (X_L - X_C) + \frac{1}{X_L} - \frac{1}{X_C} = 0 \Rightarrow (X_L - X_C) \left(\frac{1}{R^2} - \frac{1}{X_L X_C} \right) = 0$		
	ajungem la relația: $\left(L\omega - \frac{1}{C\omega} \right) \left(\frac{1}{R^2} - \frac{C}{L} \right) = 0$	0,4	
	Pentru $L\omega = \frac{1}{C\omega}$ obținem la pulsația de rezonanță $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \text{valoare unică}$, dar atunci impedanța este pur rezistivă doar la frecvența de rezonanță.	0,2	
	Pentru $\frac{1}{R^2} = \frac{C}{L}$ obținem soluția $R = \sqrt{\frac{L}{C}}$, adică impedanța este pur rezistivă indiferent de valoarea frecvenței tensiunii de alimentare.	0,2	
	Valoare numerică: $R = 200\Omega$	0,1	
	$I = \frac{U}{Z}$	0,1	

- Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul final va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
- Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu ponderea ideilor corecte din rezolvarea elevului.



MINISTERUL EDUCAȚIEI ȘI CERCETĂRII
Olimpiada Națională de Fizică
Slobozia 10-15 aprilie 2025
Proba teoretică
Clasa a XI-a



BAREM DE EVALUARE ȘI NOTARE

pagina 9 din 13

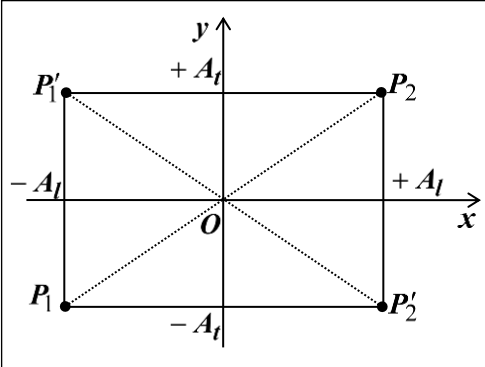
	$Z^2 = Z_1^2 + Z_2^2 - 2Z_1Z_2\cos[180^\circ - (\varphi_1 + \varphi_2)] =$ $= Z_1^2 + Z_2^2 + 2Z_1Z_2\cos(\varphi_1 + \varphi_2)$			
	$\cos(\varphi_1 + \varphi_2) = \cos\varphi_1\cos\varphi_2 - \sin\varphi_1\sin\varphi_2 = \frac{Z_1Z_2}{R^2} - \frac{Z_1Z_2}{X_LX_C} =$ $= Z_1Z_2\left(\frac{1}{R^2} - \frac{1}{X_LX_C}\right) = 0$			
	$Z^2 = \frac{1}{\frac{1}{R^2} + \frac{1}{X_L^2}} + \frac{1}{\frac{1}{R^2} + \frac{1}{X_C^2}}$			
	După calcule: $Z^2 = \frac{1}{\frac{1}{X_LX_C} + \frac{1}{X_L^2}} + \frac{1}{\frac{1}{X_LX_C} + \frac{1}{X_C^2}} = \frac{X_LX_C(X_L+X_C)}{(X_L+X_C)} = X_LX_C = \frac{L}{C} = R^2$			
	se obține: $Z = \sqrt{\frac{L}{C}} = R$			0,4
	Valoare numerică: $I = 50\text{mA}$.			0,1
Total subiectul 2			10	

Barem Subiectul 3 - Unde mecanice		Parțial	Punctaj
a)	A. Unde progresive: Elongațiile punctului P , aflat sub acțiunea celor două perturbații, sunt: $x = A_l \sin\left[2\pi\nu\left(t - \frac{d}{v_l}\right) + \varphi_{0l}\right] \text{ și } y = A_t \sin\left[2\pi\nu\left(t - \frac{d}{v_t}\right) + \varphi_{0t}\right].$	0,6	3p
	Aceste elongații corespund la două oscilații liniar armonice, perpendiculare și de aceeași frecvență, care pot fi scrise sub forma prescurtată: $x = A_l \sin(\omega t + \varphi_{lp}) \text{ cu } \varphi_{lp} = \varphi_{0l} - \frac{2\pi\nu d}{v_l} \text{ și } y = A_t \sin(\omega t + \varphi_{tp}) \text{ cu } \varphi_{tp} = \varphi_{0t} - \frac{2\pi\nu d}{v_t}.$	0,8	
	Ecuția implicită a traiectoriei punctului P în raport cu sistemul de coordonate Oxy se obține prin eliminarea timpului între ecuațiile elongațiilor celor două oscilații liniar armonice scrise anterior. Se obține: $\frac{x^2}{A_l^2} + \frac{y^2}{A_t^2} - 2\frac{x}{A_l}\frac{y}{A_t}\cos(\varphi_{lp} - \varphi_{tp}) = \sin^2(\varphi_{lp} - \varphi_{tp})$	1,0	
	Această ecuație corespunde unei elipse având centrul de simetrie plasat în originea sistemului de coordonate Oxy și axele de simetrie, în general, înclinate față de axele sistemului de coordonate Oxy , în funcție de defazajul $\Delta\varphi_P = \varphi_{tp} - \varphi_{lp}$ dintre cele două elongații. Această elipsă este înscrisă într-un dreptunghi de încadrare cu centrul de simetrie în punctul O , cu laturile orientate paralel cu axele sistemului de coordonate Oxy și cu lungimile egale cu $2A_l$ și $2A_t$.	0,6	

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul final va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu ponderea ideilor corecte din rezolvarea elevului.

BAREM DE EVALUARE ȘI NOTARE

pagina 10 din 13

b)	Depărtarea maximă a punctului P față de poziția sa de echilibru corespunde acelor defazaje $\Delta\varphi_P = \varphi_{I_P} - \varphi_{t_P}$ pentru care traiectoria eliptică descrisă de acesta degenerază într-un segment de dreaptă suprapus peste diagonalele P_1P_2 și $P'_1P'_2$ ale dreptunghiului de încadrare a traiectoriei eliptice.		0,6	3p
	Valorile distanțelor de propagare d_k (cu $d_k \geq 0$ în cazul nostru), pentru care punctul P se îndepărtează la distanță maximă față de poziția sa de echilibru satisfac una din următoarele două condiții: Condiția 1) $\Delta\varphi_P = \varphi_{I_P} - \varphi_{t_P} = 2k\pi$, $k \in \mathbf{Z}$ (elipsa degenerază în segmentul de dreaptă ascendentă P_1P_2) și			
	Calcule: 1) $\varphi_{I_P} - \varphi_{t_P} = \left(\varphi_{0I} - \frac{2\pi\nu d_k}{v_I}\right) - \left(\varphi_{0t} - \frac{2\pi\nu d_k}{v_t}\right) = 2k\pi$, $2\pi\nu d_k \left(\frac{1}{v_t} - \frac{1}{v_I}\right) = 2k\pi + \frac{\pi}{6}$, $d_k = \frac{v_I v_t}{2\pi\nu(v_I - v_t)} \left(2k\pi + \frac{\pi}{6}\right)$, $d_k = \frac{v_I v_t}{2\nu(v_I - v_t)} \left(2k + \frac{1}{6}\right)$ Pentru $v_I = 50 \text{ m/s}$, $v_t = 30 \text{ m/s}$ și $\nu = 50 \text{ Hz}$ rezultă: $d_k = \frac{3}{4} \left(2k + \frac{1}{6}\right) \text{ m}$			
	Condiția 2) $\Delta\varphi_P = \varphi_{I_P} - \varphi_{t_P} = (2k+1)\pi$, $k \in \mathbf{Z}$ (elipsa degenerază în segmentul de dreaptă descendentă $P'_1P'_2$) în care: $\varphi_{I_P} = \varphi_{0I} - \frac{2\pi\nu d}{v_I}$, $\varphi_{t_P} = \varphi_{0t} - \frac{2\pi\nu d}{v_t}$, $\varphi_{0I} = \pi/6$ și $\varphi_{0t} = \pi/3$.			
	Calcule: 2) $\varphi_{I_P} - \varphi_{t_P} = \left(\varphi_{0I} - \frac{2\pi\nu d_k}{v_I}\right) - \left(\varphi_{0t} - \frac{2\pi\nu d_k}{v_t}\right) = (2k+1)\pi$, $2\pi\nu d_k \left(\frac{1}{v_t} - \frac{1}{v_I}\right) = (2k+1)\pi + \frac{\pi}{6}$, $d_k = \frac{v_I v_t}{2\pi\nu(v_I - v_t)} \left((2k+1)\pi + \frac{\pi}{6}\right)$, $d_k = \frac{v_I v_t}{2\nu(v_I - v_t)} \left(2k + \frac{7}{6}\right)$. Pentru $v_I = 50 \text{ m/s}$, $v_t = 30 \text{ m/s}$ și $\nu = 50 \text{ Hz}$ rezultă: $d_k = \frac{3}{4} \left(2k + \frac{7}{6}\right) \text{ m}$			
	Din figură, rezultă că cele patru poziții P_1, P_2, P'_1 și P'_2, care corespund depărtării maxime a punctului P față de poziția sa de echilibru, se află la aceeași distanță, dată de relația: $r_{\max} = \sqrt{A_l^2 + A_t^2}$. Valoarea numerică a acestei distanțe este: $r_{\max} = 5 \text{ mm}$.			

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul final va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu ponderea ideilor corecte din rezolvarea elevului.



MINISTERUL EDUCAȚIEI ȘI CERCETĂRII
Olimpiada Națională de Fizică
Slobozia 10-15 aprilie 2025
Proba teoretică
Clasa a XI-a



BAREM DE EVALUARE ȘI NOTARE

pagina 11 din 13

c)	B. Unde staționare: Din datele problemei rezultă că undele staționare, longitudinală și transversală, care se formează în mediul de propagare trebuie să aibă noduri în punctele O_1 și T, ceea ce înseamnă că distanța D reprezintă un număr întreg de jumătăți de lungimi de undă. Notăm cu $\lambda_l = \frac{v_l}{\nu}$ și $\lambda_t = \frac{v_t}{\nu}$ lungimile de undă pentru unda longitudinală și, respectiv, transversală. Condiția de staționaritate pentru cele două unde conduce la relațiile: $D_l = n_l \frac{\lambda_l}{2} = n_l \frac{v_l}{2\nu} \text{ cu } n_l \in N \text{ (număr natural)}$ $D_k = n_t \frac{\lambda_t}{2} = n_t \frac{v_t}{2\nu} \text{ cu } n_t \in N \text{ (număr natural)}$	0,4	2p
	Pentru ca ambele unde să fie staționare trebuie ca cele două distanțe să fie egale, fapt ce conduce la următoarea condiție pe care trebuie să o îndeplinească numerele naturale n_l și n_t: $n_l v_l = n_t v_t$	0,2	
	Rescriem ultima relație sub forma: $\frac{v_l}{v_t} = \frac{n_t}{n_l}$	0,2	
	Discuție: I. Dacă raportul vitezelor de propagare v_l/v_t este un număr irațional (adică $v_l/v_t \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$ - unde $\mathbb{Q}$ este mulțimea numerelor raționale), atunci nu există posibilitatea ca cele două unde progresive să producă, împreună (adică ambele, în același timp), unde staționare pe distanța de propagare D, pentru nici o valoare a acestei distanțe;	0,2	
	II. Dacă raportul vitezelor de propagare v_l/v_t este un număr rațional (adică $v_l/v_t \in \mathbb{Q}$), atunci există posibilitatea ca cele două unde progresive să producă, împreună (adică ambele, în același timp) unde staționare pe distanța de propagare D ale cărei valori sunt multipli naturali ai unei valori minime $D_{\min}$ pe care urmează să o stabilim în continuare.	0,2	
	Revenim la relația $\frac{v_l}{v_t} = \frac{n_t}{n_l}$ și simplificăm raportul rațional $\frac{n_t}{n_l}$ cu cel mai mare divizor comun al numerelor naturale n_t și n_l pentru a o aduce la forma de fracție ireductibilă și notăm această fracție ireductibilă cu $\frac{n_{t0}}{n_{l0}}$.	0,4	
	Distanța minimă este dată de relația: $D_{\min} = n_{l0} \frac{v_l}{2\nu} = n_{t0} \frac{v_t}{2\nu}$.	0,2	
	Mulțimea distanțelor care permit obținerea (împreună) de unde staționare, atât pentru unda longitudinală, cât și pentru unda transversală formează șirul: $D_k = k D_{\min}, k \in N.$	0,2	

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul final va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu ponderea ideilor corecte din rezolvarea elevului.



MINISTERUL EDUCAȚIEI ȘI CERCETĂRII
Olimpiada Națională de Fizică
Slobozia 10-15 aprilie 2025
Proba teoretică
Clasa a XI-a



BAREM DE EVALUARE ȘI NOTARE

pagina 12 din 13

d)	Elongația unei staționare longitudinale în punctul P este dată de ecuația: $x = 2A_l \cos 2\pi \left(\frac{2d + \frac{\lambda_l}{2}}{2\lambda_l} \right) \sin \left[2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{2D + \frac{\lambda_l}{2}}{2\lambda_l} \right) + \varphi_{0l} \right], \text{ în care:}$ - factorul $A_l(d) = 2A_l \left \cos 2\pi \left(\frac{d}{\lambda_l} + \frac{1}{4} \right) \right$ reprezintă amplitudinea oscilației longitudinale rezultante și - argumentul funcției sinus $\varphi_l(t) = \left[2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{D}{\lambda_l} - \frac{1}{4} \right) + \varphi_{0l} \right]$ reprezintă faza oscilației longitudinale rezultante. Elongația unei staționare transversale în punctul P este dată de ecuația: $y = 2A_t \cos 2\pi \left(\frac{2d + \frac{\lambda_t}{2}}{2\lambda_t} \right) \sin \left[2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{2D + \frac{\lambda_t}{2}}{2\lambda_t} \right) + \varphi_{0t} \right], \text{ în care:}$ - factorul $A_t(d) = 2A_t \left \cos 2\pi \left(\frac{d}{\lambda_t} + \frac{1}{4} \right) \right$ reprezintă amplitudinea oscilației transversale rezultante și - argumentul funcției sinus $\varphi_t(t) = \left[2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{D}{\lambda_t} - \frac{1}{4} \right) + \varphi_{0t} \right]$ reprezintă faza oscilației transversale rezultante. Pentru vitezele $v_l = 50 \text{ m/s}$, $v_t = 30 \text{ m/s}$, raportul $\frac{v_l}{v_t} = \frac{5}{3} = \frac{n_{t0}}{n_{l0}}$. Rezultă că: $n_{t0} = 5$ și $n_{l0} = 3$. Făcând înlocuirile în relația: $D_{\min} = n_{l0} \frac{v_l}{2v} = n_{t0} \frac{v_t}{2v}$ se obține: $D_{\min} = 3 \frac{50 \text{ m/s}}{2 \cdot 50 \text{ Hz}} = 5 \frac{30 \text{ m/s}}{2 \cdot 50 \text{ Hz}} = 1,5 \text{ m}.$ Calculăm amplitudinile și fazele oscilațiilor celor două unde staționare pentru poziția $d = \frac{D_{\min}}{2}$. Pentru unda longitudinală putem scrie $d = \frac{1}{2} n_{l0} \frac{\lambda_l}{2}$ și $D = n_{l0} \frac{\lambda_l}{2}$, cu $n_{l0} = 3$. Rezultă: $A_l(d) = 2A_l \left \cos 2\pi \left(\frac{d}{\lambda_l} + \frac{1}{4} \right) \right = 2A_l \left \cos 2\pi \left(\frac{n_{l0}}{4} + \frac{1}{4} \right) \right = 2A_l \cos 2\pi = 2A_l$ $\varphi_l(t) = \left[2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{D}{\lambda_l} - \frac{1}{4} \right) + \varphi_{0l} \right] = \left[\omega t - \pi \left(n_{l0} + \frac{1}{2} \right) + \varphi_{0l} \right] = \omega t - \frac{7\pi}{2} + \varphi_{0l}$ Pentru unda transversală putem scrie $d = \frac{1}{2} n_{t0} \frac{\lambda_t}{2}$ și $D = n_{t0} \frac{\lambda_t}{2}$, cu $n_{t0} = 5$. Rezultă:	0,4	2p
	Elongația unei staționare transversale în punctul P este dată de ecuația: $y = 2A_t \cos 2\pi \left(\frac{2d + \frac{\lambda_t}{2}}{2\lambda_t} \right) \sin \left[2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{2D + \frac{\lambda_t}{2}}{2\lambda_t} \right) + \varphi_{0t} \right], \text{ în care:}$ - factorul $A_t(d) = 2A_t \left \cos 2\pi \left(\frac{d}{\lambda_t} + \frac{1}{4} \right) \right$ reprezintă amplitudinea oscilației transversale rezultante și - argumentul funcției sinus $\varphi_t(t) = \left[2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{D}{\lambda_t} - \frac{1}{4} \right) + \varphi_{0t} \right]$ reprezintă faza oscilației transversale rezultante.	0,4	
	Pentru vitezele $v_l = 50 \text{ m/s}$, $v_t = 30 \text{ m/s}$, raportul $\frac{v_l}{v_t} = \frac{5}{3} = \frac{n_{t0}}{n_{l0}}$. Rezultă că: $n_{t0} = 5$ și $n_{l0} = 3$. Făcând înlocuirile în relația: $D_{\min} = n_{l0} \frac{v_l}{2v} = n_{t0} \frac{v_t}{2v}$ se obține: $D_{\min} = 3 \frac{50 \text{ m/s}}{2 \cdot 50 \text{ Hz}} = 5 \frac{30 \text{ m/s}}{2 \cdot 50 \text{ Hz}} = 1,5 \text{ m}.$	0,4	
	Calculăm amplitudinile și fazele oscilațiilor celor două unde staționare pentru poziția $d = \frac{D_{\min}}{2}$. Pentru unda longitudinală putem scrie $d = \frac{1}{2} n_{l0} \frac{\lambda_l}{2}$ și $D = n_{l0} \frac{\lambda_l}{2}$, cu $n_{l0} = 3$. Rezultă: $A_l(d) = 2A_l \left \cos 2\pi \left(\frac{d}{\lambda_l} + \frac{1}{4} \right) \right = 2A_l \left \cos 2\pi \left(\frac{n_{l0}}{4} + \frac{1}{4} \right) \right = 2A_l \cos 2\pi = 2A_l$ $\varphi_l(t) = \left[2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{D}{\lambda_l} - \frac{1}{4} \right) + \varphi_{0l} \right] = \left[\omega t - \pi \left(n_{l0} + \frac{1}{2} \right) + \varphi_{0l} \right] = \omega t - \frac{7\pi}{2} + \varphi_{0l}$	0,2	
	Pentru unda transversală putem scrie $d = \frac{1}{2} n_{t0} \frac{\lambda_t}{2}$ și $D = n_{t0} \frac{\lambda_t}{2}$, cu $n_{t0} = 5$. Rezultă:		

- Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul final va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
- Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu ponderea ideilor corecte din rezolvarea elevului.



MINISTERUL EDUCAȚIEI ȘI CERCETĂRII
Olimpiada Națională de Fizică
Slobozia 10-15 aprilie 2025
Proba teoretică
Clasa a XI-a



BAREM DE EVALUARE ȘI NOTARE

pagina 13 din 13

$A_t(d) = 2A_t \left \cos 2\pi \left(\frac{d}{\lambda_t} + \frac{1}{4} \right) \right = 2A_t \left \cos 2\pi \left(\frac{n_{t0}}{4} + \frac{1}{4} \right) \right = 2A_t \left \cos 2\pi \left(\frac{5}{4} + \frac{1}{4} \right) \right =$ $= 2A_t \cos 3\pi = 2A_t$ Semnul „-” de la explicitarea modulului amplitudinii determină un salt de fază de π radiani. $\varphi_t(t) = \left[2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{D}{\lambda_t} - \frac{1}{4} \right) + \varphi_{0t} \right] + \pi = \left[\omega t - \pi \left(n_{t0} + \frac{1}{2} \right) + \varphi_{0t} \right] + \pi =$ $= \omega t - \frac{9}{2} \pi + \varphi_{0t}$	0,2	
Ecuția implicită a traiectoriei punctului P în raport cu sistemul de coordonate Oxy este ecuația stabilită la punctul a) în care se introduc amplitudinile $A_l(d) = 2A_l$, $A_t(d) = 2A_t$ și defazajul $\Delta\varphi_P = \varphi_{lp} - \varphi_{tp} = \left(-\frac{7}{2} \pi + \varphi_{0l} \right) - \left(-\frac{9}{2} \pi + \varphi_{0t} \right) = \pi + \frac{\pi}{6} - \frac{\pi}{3} = \pi - \frac{\pi}{6}$ După înlocuire se obține ecuația: $\frac{x^2}{4A_l^2} + \frac{y^2}{4A_t^2} + 2 \frac{x}{4A_l} \frac{y}{A_t} \cos \frac{\pi}{6} = \sin^2 \frac{\pi}{6}$ Sau $\frac{x^2}{4A_l^2} + \frac{y^2}{4A_t^2} + \sqrt{3} \frac{x}{A_l} \frac{y}{A_t} = \frac{1}{4}$	0,4	
Total subiectul 3		10

Bareme propuse de:

Prof. Liviu BLANARIU, Centrul Național de Politici și Evaluare în Educație, București
Prof. dr. Adrian BODNARESCU, Colegiul Național „Eudoxiu Hurmuzachi”, Rădăuți
Prof. Florin BUTUȘINĂ, Colegiul Național “Simion Bărnuțiu”, Șimleu Silvaniei
Prof. dr. Leonaș DUMITRAȘCU, Liceul Teoretic “Mihail Kogălniceanu”, Vaslui

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul final va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu ponderea ideilor corecte din rezolvarea elevului.